



FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

FATEC-BA – FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

Componente Curricular: Cálculo I

Docente: Luiz Henrique Menezes de Lima **Semestre:** 2023.2

Data: 11 de Setembro de 2023 **Cursos:** Engenharia – 2º Semestre

Discente: _____ **NOTA:** _____

1º Verificação de Cálculo I

“Aprender é a única coisa que a mente nunca se cansa, nunca tem medo e nunca se arrepende”

Questão 01: (3,3)

Analise as proposições abaixo, se Verdadeiro **MOSTRE** e se Falso de um **CONTRA – EXEMPLO**.

() Se $f(x) = \sqrt[3]{2\text{sen}x + \ln x + x^2 + 1}$ pela regra da derivação então

$$f'(x) = \frac{1}{3}(2\text{sen}x + \ln x + x^2 - 1)^{-\frac{2}{3}} \cdot \left(2\text{cos}x + \frac{1}{x} + 2x\right).$$

() O valor numérico para $x = 60$ após a derivação da função $h(x) = \frac{e^{-1} - 2\text{tg}x}{x^4 + x^2 + 4}$ será 27.

() Na função $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}, & x \neq 2 \\ a, & x = 2 \end{cases}$, é contínua em $x_0 = 2$.

Questão 02: (3,4)

Sejam a e b números reais e definidos $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ por $f(x) = \begin{cases} x^2 + a \cos(\pi x), & x \leq -1 \\ 1 + e^x, & -1 < x < 1 \\ b \text{sen}(\pi x), & x \geq 1 \end{cases}$ a) Existe a

de forma que f seja contínua no ponto $x_0 = -1$? b) Existe b de forma que f seja contínua no ponto $x_0 = 1$?

Questão 03: (3,3)

Calcule as derivadas abaixo pelo passo a passo da regra da derivação

a) $g(x) = e^{x^3 - \text{tg}x} \cdot (x^4 - 3x^2 + 2)$

b) $f(x) = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 + \text{sen}x}}$

• Derivadas

Sejam u e v funções deriváveis de x e n constante.

1. $y = u^n \Rightarrow y' = n u^{n-1} u'$.
2. $y = uv \Rightarrow y' = u'v + v'u$.
3. $y = \frac{u}{v} \Rightarrow y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$.
4. $y = a^u \Rightarrow y' = a^u (\ln a) u'$, ($a > 0$, $a \neq 1$).
5. $y = e^u \Rightarrow y' = e^u u'$.
6. $y = \log_a u \Rightarrow y' = \frac{u'}{u} \log_a e$.
7. $y = \ln u \Rightarrow y' = \frac{1}{u} u'$.
8. $y = u^v \Rightarrow y' = v u^{v-1} u' + u^v (\ln u) v'$.
9. $y = \operatorname{sen} u \Rightarrow y' = u' \cos u$.
10. $y = \operatorname{cos} u \Rightarrow y' = -u' \operatorname{sen} u$.
11. $y = \operatorname{tg} u \Rightarrow y' = u' \operatorname{sec}^2 u$.
12. $y = \operatorname{cotg} u \Rightarrow y' = -u' \operatorname{cosec}^2 u$.
13. $y = \operatorname{sec} u \Rightarrow y' = u' \operatorname{sec} u \operatorname{tg} u$.
14. $y = \operatorname{cosec} u \Rightarrow y' = -u' \operatorname{cosec} u \operatorname{cotg} u$.
15. $y = \operatorname{arc} \operatorname{sen} u \Rightarrow y' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$.
16. $y = \operatorname{arc} \operatorname{cos} u \Rightarrow y' = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$.
17. $y = \operatorname{arc} \operatorname{tg} u \Rightarrow y' = \frac{u'}{1+u^2}$.
18. $y = \operatorname{arc} \operatorname{cotg} u \Rightarrow y' = \frac{-u'}{1+u^2}$.
19. $y = \operatorname{arc} \operatorname{sec} u$, $|u| \geq 1$
 $\Rightarrow y' = \frac{u'}{|u|\sqrt{u^2-1}}$, $|u| > 1$.
20. $y = \operatorname{arc} \operatorname{cosec} u$, $|u| \geq 1$
 $\Rightarrow y' = \frac{-u'}{|u|\sqrt{u^2-1}}$, $|u| > 1$.

• Integrais

1. $\int du = u + c$.
2. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$, $n \neq -1$.
3. $\int \frac{du}{u} = \ln |u| + c$.
4. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$, $a > 0$, $a \neq 1$.
5. $\int e^u du = e^u + c$.
6. $\int \operatorname{sen} u du = -\operatorname{cos} u + c$.
7. $\int \operatorname{cos} u du = \operatorname{sen} u + c$.
8. $\int \operatorname{tg} u du = \ln |\operatorname{sec} u| + c$.
9. $\int \operatorname{cotg} u du = \ln |\operatorname{sen} u| + c$.
10. $\int \operatorname{sec} u du = \ln |\operatorname{sec} u + \operatorname{tg} u| + c$.
11. $\int \operatorname{cosec} u du = \ln |\operatorname{cosec} u - \operatorname{cotg} u| + c$.
12. $\int \operatorname{sec} u \operatorname{tg} u du = \operatorname{sec} u + c$.
13. $\int \operatorname{cosec} u \operatorname{cotg} u du = -\operatorname{cosec} u + c$.
14. $\int \operatorname{sec}^2 u du = \operatorname{tg} u + c$.
15. $\int \operatorname{cosec}^2 u du = -\operatorname{cotg} u + c$.
16. $\int \frac{du}{u^2+a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{u}{a} + c$.
17. $\int \frac{du}{u^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{u-a}{u+a} \right| + c$, $u^2 > a^2$.
18. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2+a^2}} = \ln \left| u + \sqrt{u^2+a^2} \right| + c$.
19. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2-a^2}} = \ln \left| u + \sqrt{u^2-a^2} \right| + c$.
20. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{u}{a} + c$, $u^2 < a^2$.
21. $\int \frac{du}{u\sqrt{u^2-a^2}} = \frac{1}{a} \operatorname{arc} \operatorname{sec} \left| \frac{u}{a} \right| + c$.

Prova de Cálculo I - I unidade
2023.2

Gabarito

Questão 01:

a) $f(x) = (2\sin x + \ln x + x^2 + 1)^{\frac{1}{3}}$

$$f'(x) = \frac{1}{3} (2\sin x + \ln x + x^2 + 1)^{\frac{1}{3} - 1} \cdot (2\cos x + \frac{1}{x} + 2x)$$

$$= \frac{1}{3} (2\sin x + \ln x + x^2 + 1)^{-\frac{2}{3}} \cdot (2\cos x + \frac{1}{x} + 2x)$$

Verdadeiro

b) $f'(x) = \frac{(e^{-x} - 2\operatorname{tg} x) \cdot (x^4 + x^2 + 4) - (e^{-x} \cdot \operatorname{tg} x) \cdot (x^4 + x^2 + 4)'}{(x^4 + x^2 + 4)^2}$

$$f'(x) = \frac{(e^{-x} - 2\sec^2 x) \cdot (x^4 + x^2 + 4) - (e^{-x} \cdot \operatorname{tg} x) \cdot (4x^3 + 2x)}{(x^4 + x^2 + 4)^2}$$

Substituindo $x = 60$

$$f'(x) = \frac{(e^{-60} - 2\sec^2 60) \cdot (60^4 + 60^2 + 4) - (e^{-20} \cdot \operatorname{tg} 60) \cdot (4 \cdot 60^3 + 2 \cdot 60)}{(60^4 + 60^2 + 4)^2}$$

Logo é falso.

$$c) f(2) = a$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 3) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2^-} (x - 3) = -1 \end{aligned} \right\} = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -1$$

$f(x)$ é contínua em $x = 2$ se $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) = a = -1$

Verdadeira

Questão 02:

- a) Vamos observar que o domínio de f está em \mathbb{R} .
Calculando o valor de f em $x = -1$, obtemos:

$$f(-1) = (-1)^2 + a \cdot \cos(-\pi) = 1 - a$$

Logo, verificamos

- $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (x^2 + a \cos(\pi x)) = 1 - a$
- $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (1 + e^x) = 1 + e^{-1}$

Portanto, a função $f(x)$ será contínua em $x = -1$, se
 $1 - a = 1 + e^{-1}$, ou seja, $a = e^{-1}$.

b) Veja que $f(1) = b \cdot \sin(\pi) = 0$, logo:

- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = (1 + e^x) = 1 + e$
- $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = b \cdot \sin(\pi x) = b \cdot \sin(\pi \cdot 1) = 0$

Como $1 + e \neq 0$ o limite não existe, e portanto não é
contínua em $x = 1$, não importando o valor de b .

Questões 03:

$$a) g(x) = e^{x^3 - \operatorname{tg} x} \cdot (x^4 - 3x^2 + 2)$$

$$g'(x) = (e^{x^3 - \operatorname{tg} x})' \cdot (x^4 - 3x^2 + 2) + e^{x^3 - \operatorname{tg} x} \cdot (x^4 - 3x^2 + 2)'$$

$$= e^{x^3 - \operatorname{tg} x} \cdot (x^3 - \operatorname{tg} x)' \cdot (x^4 - 3x^2 + 2)$$

$$= e^{x^3 - \operatorname{tg} x} \cdot (4x^3 - 6x + 2)$$

$$= e^{x^3 - \operatorname{tg} x} \cdot (3x^2 + \sec^2 x) \cdot (x^4 - 3x^2 + 2)$$

$$= e^{x^3 - \operatorname{tg} x} \cdot (4x^3 - 6x + 2)$$

$$b) f(x) = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 + \operatorname{sen} x}}$$

$$f(x) = \left(\frac{1 + \cos x}{1 + \operatorname{sen} x} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 + \cos x}{1 + \operatorname{sen} x} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1 + \cos x}{1 + \operatorname{sen} x} \right)'$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 + \operatorname{sen} x}} \cdot \frac{(-\operatorname{sen} x)(1 + \operatorname{sen} x) - (\cos x) \cdot (1 + \cos x)}{(1 + \operatorname{sen} x)^2}$$

$$= -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 + \operatorname{sen} x}{1 + \cos x}} \cdot \frac{1 + \operatorname{sen} x + \cos x}{(1 + \operatorname{sen} x)^2} //$$